逻辑与证明

命题等价式

德摩根律

- 第一定律：$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
- 第二定律：$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

关键等式

- 结合律：$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r), \quad (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
- 分配律：$p \wedge (q \vee r) \equiv p \wedge q \vee p \wedge r, \quad p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- 吸收率：$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$
- $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
- $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$

对偶

将$\wedge$和$\vee$进行互换，将F和T进行互换。

对偶定理

1. 设A^*和A是对偶式，则
    - $\neg A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \equiv A^*(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$
    - $A(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \equiv \neg A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$
2. 如果$A \equiv B$, 则$A^* \equiv B^*$

等价式求主析取（合取）式

- $B \equiv B \wedge (p \vee \neg p) \equiv (B \wedge p) \vee (B \wedge \neg q)$
- $B \equiv B \vee (p \wedge \neg p) \equiv (B \vee p) \wedge (B \vee \neg p)$

谓词逻辑

相关定义

- 谓词：P( ), M( ) 是个人/是偶数
- 变量：（个体、客体）：x, y, z
- 量词：$\forall, \exists, \exists!$ 任意、存在、存在唯一
- 论域：变量的定义域

相关注意点

- 量词只对最近的**唯一一个**谓词的变量进行约束。
- 量词的德摩根律：$\neg\forall xP(x) \equiv \exists x\neg P(x)$
  - *否定连接词跳过一个量词时，量词要改变一次。*
- 量词的分配:
  - $\forall x(A(x) \wedge B(x)) \equiv \forall xxA(x) \wedge \forall xB(x)$
  - $\exists x(A(x) \vee B(x)) \equiv \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$
  - *量词仅有此两种分配律*
- *存在量词*对应的特性谓词做**合取项**，*全称量词*对应的特性谓词作条件连接词的**前提条件**。（重要）
- 多个量词放一起时，顺序是需要考虑的。
- 量词辖域的扩张与收缩：
  - $\forall xA(x) \rightarrow B \equiv \exists x(A(x) \rightarrow B)$
  - $\exists xA(x) \rightarrow B \equiv \forall x(A(x) \rightarrow B)$
  - $B \rightarrow \forall xA(x) \equiv \forall x(B \rightarrow A(x))$
  - $B \rightarrow \exists xA(x) \equiv \exists x(B \rightarrow A(x))$